

ANÁLISIS MADRID CIENCIAS (2020-2023) SOLUCIONES

2023 ORDINARIA – ANÁLISIS CIENCIAS

A.2. Dada la función $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$, se pide:

- a) (0,25 puntos) Estudiar si es par o impar
- b) (0,75 puntos) Estudiar su derivabilidad en el punto $x=1$
- c) (1,5 puntos) Estudiar sus extremos relativos y absolutos

a) par o impar. Para estudiar la simetría de la función reemplazamos x por $-x$

$$f(-x) = \sqrt[3]{((-x)^2 - 1)^2} = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2} = f(x) \quad \boxed{\text{PAR}}$$

b) Derivabilidad en $x=1$

Se trata de una función continua, por lo que derivamos la función:

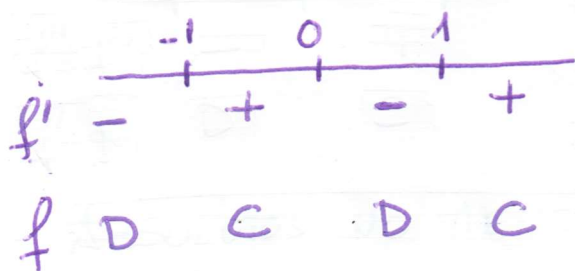
$$f(x) = (x^2 - 1)^{2/3} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3} (x^2 - 1)^{-1/3} \cdot 2x = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2 - 1}}$$

$$f'(1) = \frac{4}{3\sqrt[3]{1-1}} = \frac{4}{0} \quad \boxed{\text{NO DERIVABLE, } \neq f(1)}$$

c) Extremos

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2 - 1}} = 0 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

En $x=0$ hay un posible extremo, estudiamos también donde no es derivable: $\{-1, 1\}$



Por tanto tenemos un máximo en $(x=0)$ $C \rightarrow D$
 y dos mínimos en $(x=1$ y $x=-1)$ $D \rightarrow C$

$$f(0) = \sqrt[3]{(0^2 - 1)^2} = 1$$

Máximo (0, 1)

$$f(1) = \sqrt[3]{(1^2 - 1)^2} = 0$$

mínimo (1, 0)

$f(-1) = f(1)$ por
ser simétrica par

mínimo (-1, 0)