ANÁLISIS MADRID CIENCIAS (2020-2023) SOLUCIONES

2023 ORDINARIA – ANÁLISIS CIENCIAS

A.2. Dada la función $f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$, se pide:

a) (0,25 puntos) Estudiar si es par o impar

b) (0,75 puntos) Estudiar su derivabilidad en el punto x=1

c) (1,5 puntos) Estudiar sus extremos relativos y absolutos

a) par o impar. Para estudiar la simetría de la función reemplazamos x por −x

$$f(-x) = \sqrt[3]{((-x)^2-1)^2} = \sqrt[3]{(x^2-1)^2} = f(x) \quad \boxed{\text{PAR}}$$

b) Derivabilidad en x = 1

Se trata de una función continua, por lo que derivamos la función:

$$f(x) = (x^2-1)^{2/3} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3}(x^2-1)^{-1/3} \cdot 2x = \frac{4x}{3\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(+1) = \frac{4}{3\sqrt{1-1}} = \frac{4}{0} \quad \boxed{\text{NO DERIVABLE}, \nexists\ f(+1)}$$

c) Extremos

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4x}{3\sqrt{x^2-1}} = 0 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

En x = 0 hay un posible extremo, estudiamos también donde no es derivable: {−1, 1}

		−1		0		1	
f'	−		+		−		+
f	D		C		D		C

Por tanto tenemos un $\boxed{\text{máximo en } (x=0)}$ C → D

y dos mínimos en (x = 1 y x = −1) D → C

$f(0) = \sqrt[3]{(0^2-1)^2} = 1$ $\boxed{\text{MÁXIMO } (0,1)}$

$f(1) = \sqrt[3]{(1^2-1)^2} = 0$ $\boxed{\text{MÍNIMO } (1,0)}$

$f(-1) = f(1)$ por ser simétrica par $\boxed{\text{MÍNIMO } (-1,0)}$