

GEOMETRÍA MADRID CIENCIAS (2020-2023) SOLUCIONES

2023 ORDINARIA – GEOMETRÍA CIENCIAS

A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean los puntos $A(1, -2, 3)$, $B(0, 2, -1)$ y $C(2, 1, 0)$. Se pide:

- (1.25 puntos) Comprobar que forman un triángulo T y hallar una ecuación del plano que los contiene.
- (0.75 puntos) Calcular el corte de la recta que pasa por los puntos A y B con el plano $z = 1$.
- (0.5 puntos) Determinar el perímetro del triángulo T .

$$A(1, -2, 3), B(0, 2, -1) \text{ y } C(2, 1, 0)$$

a) Formarán un triángulo siempre y cuando no estén alineados

$$\vec{AB} = (-1, 4, -4) \quad \vec{BC} = (2, -1, 1)$$

Para que estén alineados sus vectores tendrán que ser paralelos:

$$\vec{AB} \parallel \vec{BC} \Rightarrow -\frac{1}{2} \neq \frac{4}{-1} = -4 \quad \text{COMO NO LO SON, FORMAN UN TRIÁNGULO}$$

PARA OBTENER UN PLANO NECESITO DOS VECTORES Y UN PUNTO

$$\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z-3 \\ -1 & 4 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (x-1)(4-4) - (y+2) \cdot (-1+8) + (z-3)(1-8) = 0$$

$$-(y+2) \cdot 7 + (z-3)(-7) = 0 \rightarrow -7y - 14 - z \cdot 7 + 21 = 0$$

$$-7y - 7z + 7 = 0 \Rightarrow \boxed{y + z - 1 = 0}$$

b) Para obtener el punto de corte entre la recta AB y $z=1$, determinamos la recta continua:

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-4}$$

Los puntos de $z=1$, son del tipo $(x, y, 1)$

Formamos las ecuaciones:

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{1-3}{-4} \rightarrow -4x+4=2 \rightarrow -4x=-4+2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y+2}{4} = \frac{1-3}{-4} \rightarrow -y-2=-2 \rightarrow y=0$$

El punto es el: $(1/2, 0, 1)$

c) Para obtener el perímetro solo hemos de sumar los módulos de \vec{AB} , \vec{BC} y \vec{CA}

$$\vec{AB} = (-1, 4, -4) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$$

$$\vec{BC} = (2, -1, 1) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6} +$$

$$\vec{CA} = (-1, -3, 3) \Rightarrow |\vec{CA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{19}$$

$$P = \sqrt{33} + \sqrt{6} + \sqrt{19}$$